

Analisi Matematica I

Prova scritta n.1

Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2010-2011

14 giugno 2011

1. Si consideri la successione definita per ricorrenza

$$\begin{cases} a_{n+1} = -\frac{a_n^2}{4} + a_n + \frac{1}{2}, \\ a_1 = \alpha. \end{cases}$$

- (a) dimostrare che per $\alpha = 0$ si ha $a_n \rightarrow \sqrt{2}$;
(b) determinare tutti i valori di α per i quali si ha $a_n \rightarrow \sqrt{2}$.

2. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2} + \sqrt[3]{1-x^2} - 2}{x^2 \log(1+x^2)}$$

3. Studiare la seguente funzione e disegnarne il grafico

$$f(x) = x(x - \log x^2)$$

4. Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_{-1}^1 (x^3 + \cos x) \operatorname{arctg} x \, dx.$$