

Matematica I

terza prova scritta

Ottica e Optometria, a.a. 2012-2013

17 giugno 2013

1. Determinare il numero di soluzioni dell'equazione

$$4x^3 - 18x^2 + 24x - 9 = 0.$$

2. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \frac{(e^x)^2 - e^{(x^2)}}{e^x + e^{-x} - 2}.$$

3. Sia A la matrice
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- (a) Scrivere il sistema lineare omogeneo associato ad A .
 - (b) Ridurre A a scala.
 - (c) Cosa si può dire dell'insieme delle soluzioni $\mathcal{S}$ del sistema lineare omogeneo associato?
 - (d) Dire se A è invertibile e, in caso affermativo, determinarne l'inversa.
4. Disegnare, nel piano di Argand-Gauss

- (a) i seguenti sottoinsiemi di $\mathbb{C}$:

$$A = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z \geq 2, |z| < 4\}, \quad B = \{z \in \mathbb{C} : |z - (1 - 2i)| < 3\};$$

- (b) le soluzioni dell'equazione $(z^4 - 4)(z^2 - 2i) = 0$;

- (c) il numero complesso $w = \frac{(\sqrt{3} + i)^{245}}{2^{300} i^9 (1 - i)^5}$.