

Analisi Matematica

Prova scritta parziale n. 2

Corso di laurea in Fisica, 2020-2021

20 febbraio 2021

1. (a) Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 2 centrato in $x_0 = 0$ per la funzione $\operatorname{arctg}(1+x)$
(b) Calcolare, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sqrt{2}x) - \sqrt{2} \sin(\operatorname{arctg}(\cos(2x)))}{(e^x + e^{-x})^5 - 32 - 80x^2}.$$

2. Si considerino le funzioni:

$$f(x) = \frac{1-x^3}{1+x^4}, \quad g(x) = x^4 - 4x - 3.$$

- (a) Quante soluzioni ha l'equazione $g(x) = 0$?
 - (b) Quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = \frac{9}{10}$?
 - (c) Quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = \frac{-3}{10}$?
 - (d) Quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = \frac{11}{10}$?
3. Si consideri la funzione

$$f(x) = \cos x + \ln(1 - \sin x) - e^{-x} + \frac{3}{2} \operatorname{tg}(x^2 + x^4).$$

- (a) Dire se il punto $x_0 = 0$ è un punto di massimo locale o di minimo locale per f .
- (b) Determinare il polinomio di Taylor di ordine 3 centrato in $x_0 = 0$ per la funzione derivata $f'(x)$.
- (c) Posto $a_n = f\left(\frac{1}{n}\right)$ dimostrare che esiste n_0 per cui $a_n > 0$ per $n \geq n_0$.
Si consideri, al variare di α la serie

$$\sum_{n=n_0}^{+\infty} (-1)^n a_n^\alpha.$$

Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$, c'è convergenza assoluta

- (d) e per quali α c'è convergenza semplice.