

Analisi Matematica A-B

Prova scritta n.4

Laurea in Fisica, a.a. 2022/23
Università di Pisa

8 settembre 2023

1. Si consideri la funzione $f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \sin^2 x - x^2 \sqrt{\cos x}.$$

- (a) Dire se il punto $x_0 = 0$ è un massimo o minimo locale.
(b) Dimostrare che esiste $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right]$ tale che $f(x) = 0$.
2. (a) Dimostrare che per ogni $x \in (0, e^2)$ si ha

$$2\sqrt{x} > e \ln x.$$

- (b) Dire se il seguente integrale converge o diverge

$$\int_0^{e^2} \frac{1}{2\sqrt{x} - e \ln x} dx.$$

3. Trovare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$u'''' = u + 1.$$