

Prova scritta parziale n. 1

Analisi Matematica 2

Corso di Studi in Matematica

10 dicembre 2025

1. Si consideri la funzione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = x \sqrt[3]{(y - x)^2}.$$

- (a) Determinare i punti in cui f è continua.
 - (b) Mostrare che f non ha né massimo né minimo (globalmente).
 - (c) Determinare i punti in cui f è differenziabile.
 - (d) Trovare tutti i punti di massimo e minimo locale di f .
2. Si consideri la regione $A \subset \mathbb{R}^3$ definita da

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: z + 3 > x^2 + xy + y^2\}.$$

- (a) Mostrare che la funzione $f(p) = |p|$ (la norma) ha minimo ma non ha massimo su ∂A .
- (b) Trovare i punti di ∂A che hanno norma minima.
- (c) Determinare il minimo $z_0 \in \mathbb{R}$ tale che

$$B_1(0, 0, z_0) \subset A.$$